1. **矩阵的四种计算**
   1. 行对列操作：
   2. 列对行操作

当作操作看的好处在于，恢复原矩阵只需进行逆操作，例如加上某列，逆操作即为减去某列

1. **几个表示：**

: 对矩阵的操作

：矩阵的置换，交换矩阵的行

：上三角矩阵

：下三角矩阵 对角为1

1. **逆**

无逆🡪 singular🡪 🡪 determinant=0

如果没有行变换，消元乘数直接写入

1. **置换**

1. **向量空间**

满足乘法操作，加法操作闭合。

的子空间：1，零向量；2，过原点的线；3，过原点的面；4，本身

1. **列空间**

指的是对某矩阵（如）的列线向量性组合出来的空间，记为。

并非永远有解，当且仅当在A的列空间中才有解

1. **null space**

*的解*

一个矩阵🡪🡪

Free col

如的秩为r，则最终的rref可写作：，即有pivot列为单位矩阵I，右边是free col部分。

那么null space即为的解可以等价于:

1. **求解**

穿过的子空间

**Eg.**

🡪 🡪

通解：null space解

两个free col🡪有两个basis🡪子空间为2D

1. **对于A：m x n**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **列满秩**  **（n=r）** | **行满秩**  **（m=r）** | **方形矩阵满秩（m=n=r）** | **r < m**  **r < n** |
| **N(A)** | 无null space解 | Null space必定有解 | 前两者的交集 |  |
|  | 一个或零个解 | 有无穷多解 | 一个解 | 零或无穷解 |

|  |  |
| --- | --- |
| **I M** | **F M** |

|  |  |
| --- | --- |
| **I M** | **F M** |
| **0** | **0** |

|  |
| --- |
| **I M** |
| **0** |

|  |
| --- |
| **IM** |

1. **张成空间**

一系列矢量有这样的性质：

就可称为基（basis）

基组成的矩阵🡪invertible（因为彼此线性无关）

1. **四个子空间**

**行操作不改变行空间，但改变列空间**

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | **列空间** | **行空间** | **零空间** | **左零空间** |
| **Basis** | **Pivot column** | **Pivot roll** | **特解** | **E的倒数(m-r)行** |
| **Dimension** | **r** | **r** | **n-r** | **m-r** |